

# Programme de colle 21

Pelletier Sylvain

PSI, LMSC

## Cours:

IV Continuité sous le signe intégrale *★Version avec des hypothèses plus faibles ★Théorème de convergence dominée à paramètre continu*

V Dérivation sous le signe intégrale *★Version avec des hypothèses plus faibles ★Généralisation aux fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$*

### Chapitre 9 EV normés de dimension finie

I Normes et distances *I.1 Définition ★Cas d'un produit scalaire associé I.2 Normes usuelles sur  $\mathbb{K}^n$  ★Autres normes usuelles I.3 Propriétés I.4 Distance I.5 Topologie d'un espace vectoriel normé I.6 Parties, suites et fonctions bornées*

II Suites d'un espace vectoriel normé de dimension finie *II.1 Convergence II.2 Propriétés ★Cas de la dimension finie II.3 Convergence des suites de coordonnées*

III Topologie d'un espace vectoriel normé de dimension finie *★Équivalence topologique avec  $\mathbb{K}^n$  III.1 Parties ouvertes III.2 Partie fermée III.3 Propriétés*

## Techniques:

- Théorème de convergence dominé à paramètre continu.
- Dérivation sous le signe intégrale : l'énoncé doit être parfaitement connu.

Application à la dérivation de :  $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{(x+t^2)^n}$

Application aux dérivées successives de :  $\int_0^1 \sin(tx)dt$

- Tout exercice d'interversion de symboles, en particulier, dérivation sous le signe intégrale et lien avec une équation différentielle. (voir les exercices de TD).
- Montrer qu'une application est une norme
- Démontrer l'inégalité triangulaire renversée.
- Définition d'une norme. Norme usuelle sur  $\mathbb{R}^n$  Montrer que les normes usuelles sur  $\mathbb{R}^n$  sont des normes. Dessin des boules unités pour les normes usuelles de  $\mathbb{R}^2$ .
- Définition d'une partie convexe.
- Définition d'une partie bornée, d'une application bornée, d'une suite bornée.
- Définition d'une suite convergente.
- Définition d'une partie ouverte et fermée.
- Définition de l'intérieur, de l'adhérence.
- Montrer qu'une partie est ouverte / fermée en utilisant la caractérisation séquentielle des fermés.