

Programme de colle 21

Pelletier Sylvain

PSI, LMSC

Cours:

IV Continuité sous le signe intégrale *★Version avec des hypothèses plus faibles* *★Théorème de convergence dominée à paramètre continu*

V Dérivation sous le signe intégrale *★Version avec des hypothèses plus faibles* *★Généralisation aux fonctions de classe \mathcal{C}^k*

Chapitre 9 EV normés de dimension finie

I Normes et distances *I.1 Définition* *★Cas d'un produit scalaire associé* *I.2 Normes usuelles sur \mathbb{K}^n* *★Autres normes usuelles* *I.3 Propriétés* *I.4 Distance* *I.5 Topologie d'un espace vectoriel normé* *I.6 Parties, suites et fonctions bornées*

II Suites d'un espace vectoriel normé de dimension finie *II.1 Convergence* *II.2 Propriétés* *★Cas de la dimension finie* *II.3 Convergence des suites de coordonnées*

III Topologie d'un espace vectoriel normé de dimension finie *★Équivalence topologique avec \mathbb{K}^n* *III.1 Parties ouvertes* *III.2 Partie fermée* *III.3 Propriétés*

Techniques:

- Théorème de convergence dominé à paramètre continu.
- Dérivation sous le signe intégrale : l'énoncé doit être parfaitement connu.

Application à la dérivation de : $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{(x+t^2)^n}$

Application aux dérivées successives de : $\int_0^1 \sin(tx)dt$

- Tout exercice d'interversion de symboles, en particulier, dérivation sous le signe intégrale et lien avec une équation différentielle. (voir les exercices de TD).
- Montrer qu'une application est une norme
- Démontrer l'inégalité triangulaire renversée.
- Définition d'une norme. Norme usuelle sur \mathbb{R}^n Montrer que les normes usuelles sur \mathbb{R}^n sont des normes. Dessin des boules unités pour les normes usuelles de \mathbb{R}^2 .
- Définition d'une partie convexe.
- Définition d'une partie bornée, d'une application bornée, d'une suite bornée.
- Définition d'une suite convergente.
- Définition d'une partie ouverte et fermée.
- Définition de l'intérieur, de l'adhérence.
- Montrer qu'une partie est ouverte / fermée en utilisant la caractérisation séquentielle des fermés.