

# Cahier de texte

## Mathématiques PSI

### Classe de PSI 2021 - 2022

Pelletier Sylvain

PSI, LMSC

#### Vendredi 3 septembre

Cours 3h

Prise de contact avec la classe. Présentation de l'enseignement des mathématiques et de l'informatique en classe de PSI.

Rappels de dénombrements (cours avec vidéo-projecteur).

Distribution des feuilles d'exercices « Rappels de dénombrements », « Rappels de probabilités », « Rappels sur les variables aléatoires »,

#### Samedi 4 septembre

Cours 3h

Rappels de dénombrements (cours avec vidéo-projecteur).

#### Lundi 6 septembre

Cours 2h et td 2h

Rappels de dénombrements (cours avec vidéo-projecteur). Rappels sur le calcul des probabilités (cours avec vidéo-projecteur).

Exercices du td rappels de dénombrements.

#### Mardi 7 septembre

td 1h

Exercices du td rappels de dénombrements.

#### Mercredi 8 septembre

Cours 3h

Rappels sur le calcul des probabilités (cours avec vidéo-projecteur).

#### Vendredi 10 septembre

Cours 1h

Rappels sur le calcul des probabilités (cours avec vidéo-projecteur).

#### Lundi 13 septembre

Cours 2h

Rappels sur le calcul des probabilités (cours avec vidéo-projecteur).

#### Mercredi 15 septembre

Cours 2h

##### Chapitre 1 Espaces probabilisés

I Un peu de théorie des ensembles *I.1 Rappel sur la notion de famille* *I.2 Rappel sur les symboles union et intersection*

#### Vendredi 17 septembre

Cours 3h

*I.3 Ensembles dénombrables* *★ Retour sur le symbole somme* *I.4 Tribus*

II Probabilités *II.1 Définition* *II.2 Propriétés des probabilités*

#### Samedi 18 septembre

DS 2.

Calcul des probabilités sur un univers fini.

CCINP PC 2021

**Lundi 20 septembre**

Cours 2h et td 2h

*II.3 Construction d'une probabilité sur un univers dénombrable**III Conditionnement et indépendance III.1 Probabilité conditionnelle III.3 Formule des probabilités totales III.4 Formule de Bayes III.5 Indépendance* ★ *Cas de deux événements* ★ *Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements***Mardi 21 septembre**

td 1h

*Exercices.***Mercredi 22 septembre**

Cours 2h

Rappels sur les série numériques (cours sur vidéo projecteur).

**Vendredi 24 septembre**

Cours 3h

Rappels sur les série numériques (cours sur vidéo projecteur).

**Lundi 27 septembre**

Rappels sur les série numériques (cours sur vidéo projecteur).

**Mardi 28 septembre**

td 1h

*Exercices sur les séries.***Mercredi 30 septembre**

Cours 2h

**Chapitre 2 Variables aléatoires discrètes***I Variables aléatoires I.1 Généralités I.2 Loi de probabilités I.3 Système complet d'évènements associé I.4 Fonction de répartition**II Espérance II.1 Définition II.2 Expression à partir de la fonction de répartition***Vendredi 1 octobre**

Cours 3h

*II.3 Théorème de transfert II.4 Linéarité, positivité et croissance**III Variance III.1 Définitions III.2 Propriétés III.3 Inégalités de Markov et de Bienaymé-Thebychev* ★ *Inégalité de Markov* ★ *Inégalité de Bienaymé-Tchebychev**IV Lois usuelles IV.1 Loi géométrique* ★ *Caractérisation comme une loi sans mémoire* ★ *Loi géométrique sur  $\mathbb{N}$*  *IV.2 Loi de Poisson***Lundi 4 octobre**

Cours 2h et td 2h

*V Couples et suites de variables aléatoires V.1 Généralités V.2 Variables aléatoires discrètes indépendantes* ★ *Cas de deux variables* ★ *Somme de deux variables de Poissons indépendantes* ★ *Cas de  $n$  variables* ★ *Cas d'une suite de variables* *V.3 Espérance V.4 Covariance* ★ *Coefficient de régression linéaire* ★ *Variance d'une somme***Mardi 5 octobre**

td 1h

*Exercices. (VARD)***Mercredi 6 octobre**

cours 2h

*VI Résultats asymptotiques VI.1 Convergence de la loi binomiale vers une loi de Poisson* ★ *Interprétation de la loi de Poisson comme loi des événements rares* *VI.2 Loi faible des grands nombres***Vendredi 8 octobre**

Cours 3h

**Chapitre 3 Suites et séries de fonctions***I Convergence d'une suite de fonctions I.1 Mode de convergence d'une suite de fonctions* ★ *Convergence simple* ★ *Convergence*

uniforme★La convergence uniforme entraîne la convergence simple★Norme de la convergence uniforme★Convergence uniforme sur tout segment

### Lundi 11 octobre

Cours 2h et td 2h

I.2 Régularité de la limite d'une suite de fonctions★Continuité de la limite d'une suite de fonctions★Théorème de la double limite★Intégration sur un segment★Dérivation d'une limite★Dérivations successives  
Exercices.

### Mardi 12 octobre

td 1h

Exercices. (suite et séries de fonctions)

### Mercredi 13 octobre

Cours 2h

II Convergence d'une série de fonctionsII.1 Mode de convergence d'une série de fonctions★Convergence simple et uniforme★Convergence normale★La convergence normale entraîne la convergence uniforme

### Vendredi 15 octobre

Cours 3h

★Extension à la convergence sur tout segmentII.2 Régularité de la somme d'une série de fonctions★Continuité de la somme d'une série de fonctions★Théorème de la double limite★Intégration sur un segment★Dérivation terme à terme★Dérivations successives  
Exercices. (suite et séries de fonctions)

### Lundi 18 octobre

Cours 2h et td 2h

Révision sur la formule de Taylor et les développements limités. Exercices. (suite et série de fonctions)

### Mardi 19 octobre

td 1h

Exercices. (suite et série de fonctions)

### Vendredi 22 octobre

Cours 3h

Révision sur la formule de Taylor et les développements limités.

## Vacances d'automne

### Lundi 8 novembre

Cours 2h et td 2h

Révision sur la formule de Taylor et les développements limités.  
Exercices.

### Mardi 9 novembre

td 1h

Exercices.

### Mercredi 10 novembre

Cours 2h

#### Chapitre 4 Séries entières

I Lemme d'Abel et rayon de convergenceI.1 DéfinitionsI.2 Lemme d'AbelI.3 Calculs de rayon de convergence

### Vendredi 12 novembre

Cours 3h

★Invariance★Comparaison des coefficients★Dérivation et primitivation terme à terme★Règle de d'Alembert★Somme de deux séries★Produit de Cauchy de deux séries entières  
II Régularité de la somme d'une série entière d'une variable réelle★Convergence normale sur tout segment de l'intervalle de convergence★Continuité★Primitivation d'une série entière

### Lundi 15 novembre

★Dérivation d'une série entière

III Développement en série entière III.1 Fonctions développables en série entière III.2 Développements en série entière des fonctions usuelles ★Série géométrique  
Exercices.

### Mardi 16 novembre

Exercices.

### Mercredi 17 novembre

★Logarithme ★Arctangente ★Exponentielle, cosinus et sinus hyperbolique ★Cosinus et sinus ★Fonction puissance

### Vendredi 19 novembre

III.3 Extension au cas de la variable complexe

Rappels sur l'algèbre linéaire (cours avec vidéo-projecteur)

Espaces vectoriels. Produit de SEV. Somme et somme directe de sous-espace vectoriel. Espaces vectoriels supplémentaires. Somme et somme directe de sous-espace vectoriel. Espaces vectoriels supplémentaires. Somme et somme directe de sous-espace vectoriel.

### Lundi 22 novembre

Cours 2h

Somme et somme directe de sous-espace vectoriel. Famille libre, famille génératrice. Bases.

Exercices. (développement en série entière)

### Mardi 23 novembre

td 1h

Exercices. (développement en série entière)

### Mercredi 24 novembre

Cours 2h

Fonctions génératrices d'une variable aléatoire réelle à valeurs dans  $\mathbb{N}$ . La fiche a été complétée en cours.

### Vendredi 26 novembre

Cours 3h

Matrices semblables. Calcul matriciel. Utilisation de Newton pour calculer  $A^n$ . Trace (d'une matrice, d'un endomorphisme). Image et noyau d'une application linéaire.

## Planning des devoirs

### Planning des DS

- DS 1 : 30 août Concours blanc pré-rentree
- DS 2 : Samedi 18 septembre. Calcul des probabilités sur un univers fini.
- DS 3 : Samedi 16 octobre : calcul des probabilités sur un univers infini.